**3 INDÉPENDANCE LINÉAIRE**

Soit une famille de vecteurs d’un espace vectoriel

Définition : Cette famille est libre si et seulement si la seulement combinaison nulle de ces vecteurs est celle à coefficiants tous nuls.

C’est-à-dire

0 =>

Exemple Dans

forment une famille libre.

Vérifions le :

Soit une combinaison linéaire nulle de u et w

Donc

Donc et

Donc (u,v) es tune famille libre

Propriété Soient u et v deux vecteurs non nuls et non colineaires de

Alors (u,v) est une famille libre.

Demonstration

Comme ils sont non colinéaires

Soit une combinaison linéaire nulle

⬄

Comme ce système a une solution unique

Or est solution

Donc c’est la seule. Donc la famille est libre.

2e méthode

Soit une combinaison linéaire nulle

⬄

⬄

⬄

1er cas

Le système a une solution unique.

Or est solution donc c’esz la seule

Donc la famille est libre

2e cas

Le système n’a pas de solution ou il en a une infinité

Or est une solution

Donc le système a une infinté de solutions.

En particulier il y en a d’autres que Donc la famille est non libre.

u et v sont non nuls.

Supposons par exmeple que c != 0

Notons

Comme u et v ne sont pas colinéaires

Donc

Calculons

....